

יערפול מהי כיתת האס צ' האחרת!!

מבחן גמר במתמטיקה – אופקים ועתידים לתעשייה

משך המבחן 3½ שעות. אין לצאת ב-45 הדקות האחרונות של המבחן!
יש לפתור שתיים מהשאלות 1-3, שאלה 5 ואחת מהשאלות 4 או 6, שאלה 8 ואחת מהשאלות 7 או 9!
תיבדקנה רק התשובות הראשונות בכל מקבץ של שאלות בחירה!!!
סעיפים שונים באותה שאלה שווים בניקודם עד כדי נקודה, אלא אם רשום אחרת!
בכל שאלה חובה למצוא את כל התשובות. חובה לנמק כל תשובה ולפשטה ככל הניתן!
כל נוסחה שנעשה בה שימוש ואינה מופיעה בדף הנוסחאות – חייבת הוכחה!
כל משפט בגיאומטריה המישור שנעשה בו שימוש ושאינו מופיע ברשימת המשפטים - חייב הוכחה!
תזכורת! – חובה לשרטט בעזרת סרגל ומחוגה ולא ביד חופשית!

שאלה 1 (15%)

8% א. עבור אילו ערכים של m האי-שוויון $\frac{x^2 + (m+1)x + 1}{(m+2)x^2 + (m+2)x - 1} < 0$ מתקיים עבור כל x ?

7% ב. מצא תחום הגדרה של הפונקציה $f(x) = \log_3(2^{\log_{x-3} 0.5} - 1) + \frac{1}{\log_3(2x-6)}$

שאלה 2 (15%)

7% א. פתור: $(0.3)^{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots} < \sqrt[3]{(0.3)^{3x^2 + 5x}} < 1$
(הטור שמופיע במעריך הוא טור גיאומטרי אינסופי)

4% ב. 1) שרטט את גרף הפונקציה $y = \frac{|x-1|}{x^2 + x - 2}$. ציין נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות שבירה וכו' ונמק!

4% 2) שרטט את המקום הגיאומטרי של נקודות המקיימות $|y| = \frac{|x-1|}{x^2 + x - 2}$. נמק!

שאלה 3 (15%) פתור בעזרת גיאומטריה המישור בלבד!

במשולש ABC התיכונים $AN = 3$, $BM = 4$, $CP = 5$ נפגשים בנקודה O.
מאריכים את BM עד נקודה D כך ש- $OM = MD$.

7% א. הוכח: $S_{\triangle AOD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$.

8% ב. חשב שטח המשולש ABC.

* * *

שאלה 4 (15%)

7% א. שלושה מספרים יוצרים סדרה גיאומטרית (a_1, a_2, a_3) .

אם נוסיף לאיבר השני 2 נקבל סדרה חשבונית.

אם בנוסף נגדיל את האיבר השלישי ב-9 נקבל סדרה גיאומטרית חדשה.

מצא את המספרים.

8% ב. פתור את האי-שוויון: $\cos x + \sin x \leq \sqrt{1 - 2\cos^2 x}$.

שאלה 5 (15%) - שאלת חובה!

בפירמידה משולשת SABC נתונים $A(-4,3,8)$, $B(3,4,8)$, $C(1,14,0)$, $S(1,1,1)$.
דרך H - אמצע BC, מעבירים ישר המקביל ל-AB וחותר את AC בנקודה M.

4% א. רשום את המשוואה של מישור הבסיס ABC.

3% ב. רשום משוואה קנונית (סימטרית) של הישר HM.

4% ג. חשב את קוסינוס הזווית בין הישרים SM ו-HM.

4% ד. חשב את נפח הפירמידה.

שאלה 6 (15%)

8% א. הוכח באינדוקציה או בכל דרך אחרת שלכל n טבעי מתקיים $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$.

7% ב. חשב את סכום n האיברים הראשונים בסדרה בה $a_n = 1 + 6n(n-1)$ הוא האיבר הכללי.

* * *

שאלה 7 (20%)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 6}{2x + 1}$

א. חקור אותה:

1% (1) תחום הגדרה.

3% (2) אסימפטוטות.

1% (3) נקודות חיתוך עם הצירים.

3% (4) תחומי עליה וירידה.

2% (5) נקודות קיצון.

3% (6) שרטט רשומת (סקיצה) של הגרף.

7% ב. חשב את השטח הנמצא בין: גרף הפונקציה, ציר y והישר $y = \frac{x}{2}$.

שאלה 8 (20%) - שאלת חובה!

בפירמידה ישרה, שבסיסה משולש שווה-צלעות, המרחק ממרכז הבסיס לפאה הצדדית הוא a .
מקצוע צדדי של הפירמידה יוצר זווית α עם מישור הבסיס.

7% א. הוכח כי האנך ממרכז הבסיס לפאה צדדית נופל על גובה הפאה.

6% ב. חשב את טנגנס הזווית בין פאה צדדית ובין בסיס הפירמידה בעזרת α בלבד.

7% ג. חשב את נפח הפירמידה בעזרת α ו- a .

שאלה 9 (20%)

10% א. נתון המעגל $16x^2 + 16y^2 + 48x - 8y - 43 = 0$.

מצא, על המעגל, נקודה הקרובה ביותר לישר $8x - 4y + 73 = 0$.

10% ב. בפיתוח של הבינום $(z+w)^n$

המקדם הבינומיאלי השלישי מהסוף גדול ב-44 מהמקדם השני מההתחלה.

כמה איברים ממשיים יש בפיתוח הבינום כאשר $w = (1+i)^5$, $z = \frac{1}{i}$?

בהצלחה!

① $x^2 + (m+1)x + 1 < 0$
 Ⓚ $(m+2)x^2 + (m+2)x - 1 < 0$

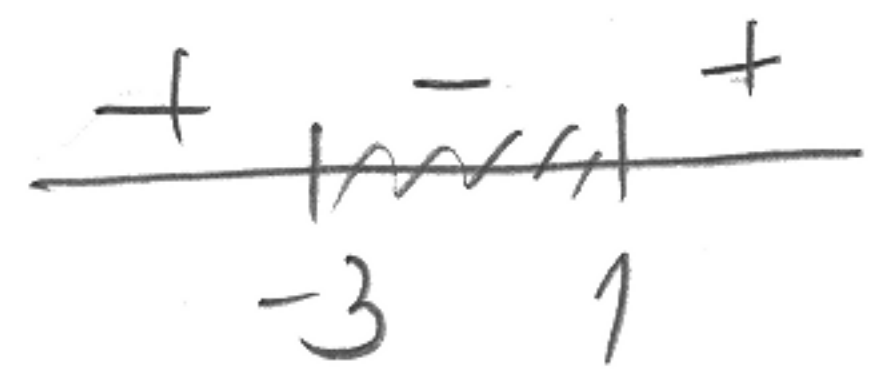
$\frac{A}{B} < 0$

$\begin{cases} A > 0 \\ B < 0 \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} A < 0 \\ B > 0 \end{cases}$

פונקציה
 חיובית
 כלומר
 3' (מ)
 חיובית

$x^2 + (m+1)x + 1 > 0 \Rightarrow (m+2)x^2 + (m+2)x - 1 < 0$

$\Delta < 0$
 $(m+1)^2 - 4 < 0$
 $m^2 + 2m - 3 < 0$
 $(m+3)(m-1) < 0$



$-3 < m < 1$

$-3 < m \leq -2$

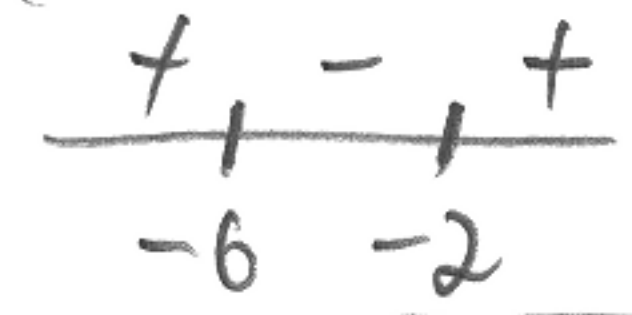
$m+2=0$
 $m = -2$

\Downarrow
 $-1 < 0$
 \checkmark

$-6 < m \leq -2$

$m+2 < 0$
 $\Delta < 0$
 $m < -2$

$(m+2)^2 + 4(m+2) < 0$
 $(m+2)(m+2+4) < 0$
 $(m+2)(m+6) < 0$



$-6 < m < -2$

$$\textcircled{P} \quad \log_3(2^{\log_{x-3} 0.5} - 1) + \frac{1}{\log_3(2x-6)}$$

$$2^{\log_{x-3} \frac{1}{2}} - 1 > 0$$

$$2^{\log_{x-3} \frac{1}{2}} > 2^0$$

$$\log_{x-3} \frac{1}{2} > \log_{x-3} 1$$

$$(x-3-1)(\frac{1}{2}-1) > 0$$

$$(x-4)(-\frac{1}{2}) > 0$$

$$x-4 < 0$$

$$\boxed{x < 4}$$

$$x-3 > 0$$

$$x-3 \neq 1$$

$$\boxed{x > 3}$$

$$\boxed{x \neq 4}$$

$$\log_3(2x-6) \neq 0$$

$$3^0 \neq 2x-6$$

$$7 \neq 2x$$

$$\boxed{3.5 \neq x}$$

$$2x-6 > 0$$

$$2x > 6$$

$$\boxed{x > 3}$$

$$\boxed{3 < x < 4}$$

$$x \neq 3.5$$

②

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$$

0.3

$$< \sqrt[3]{(0.3)^{3x^2+5x}} < 1$$

①

$$0.3^{\frac{1}{1+\frac{1}{2}}} < 0.3^{\frac{1}{3}(3x^2+5x)} < 0.3^0$$

$$\frac{2}{3} > \frac{1}{3}(3x^2+5x) > 0$$

$$2 > 3x^2+5x > 0$$

$$2 > 3x^2+5x$$

$$3x^2+5x > 0$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline \text{|||||} \\ -2 \quad \frac{1}{3} \end{array}$$

$$0 > 3x^2+5x-2$$

$$x(3x+5) > 0$$

$$0 > 3x^2+6x-x-2$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline \text{|||||} \\ -\frac{5}{3} \quad 0 \end{array}$$

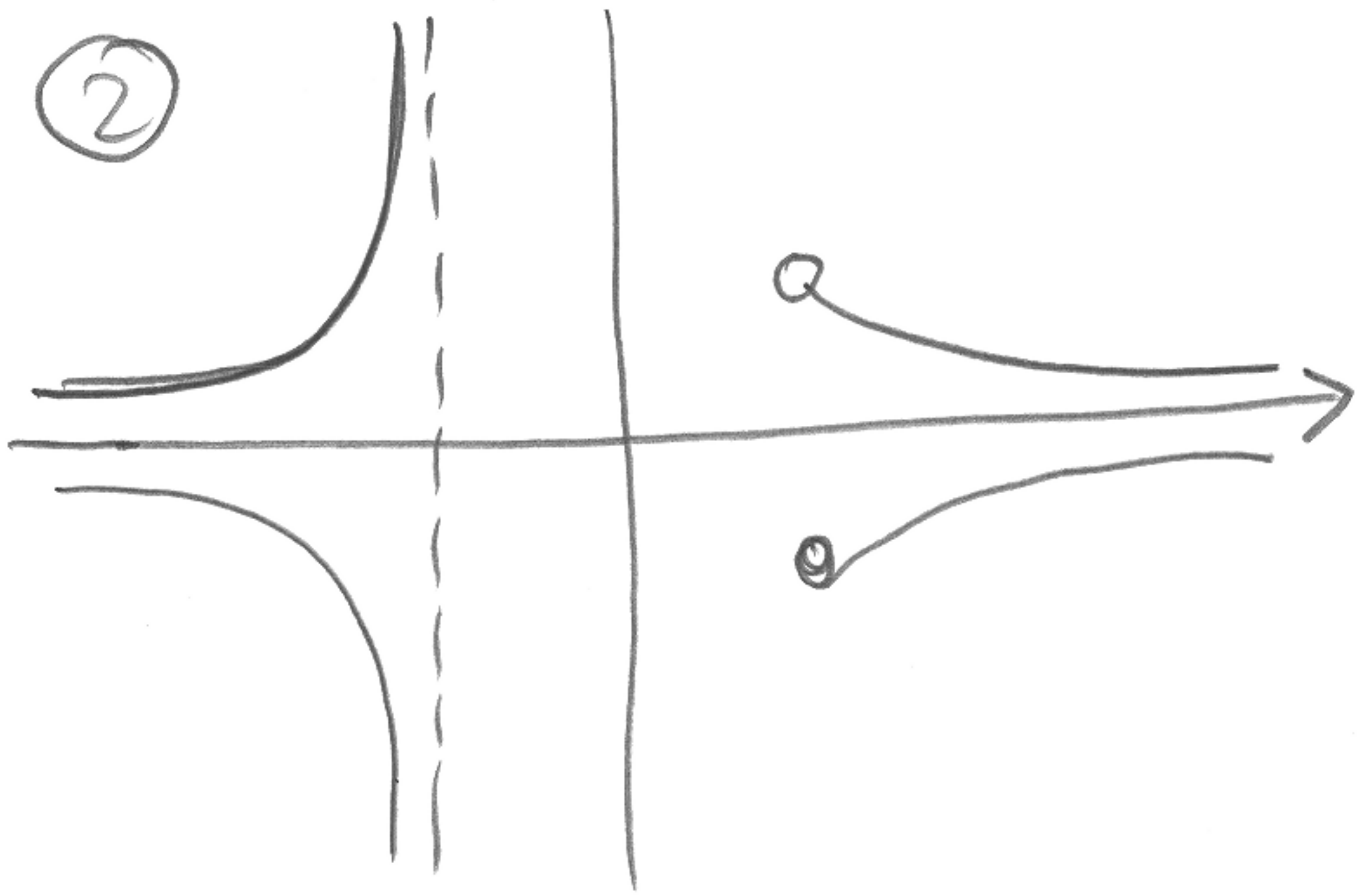
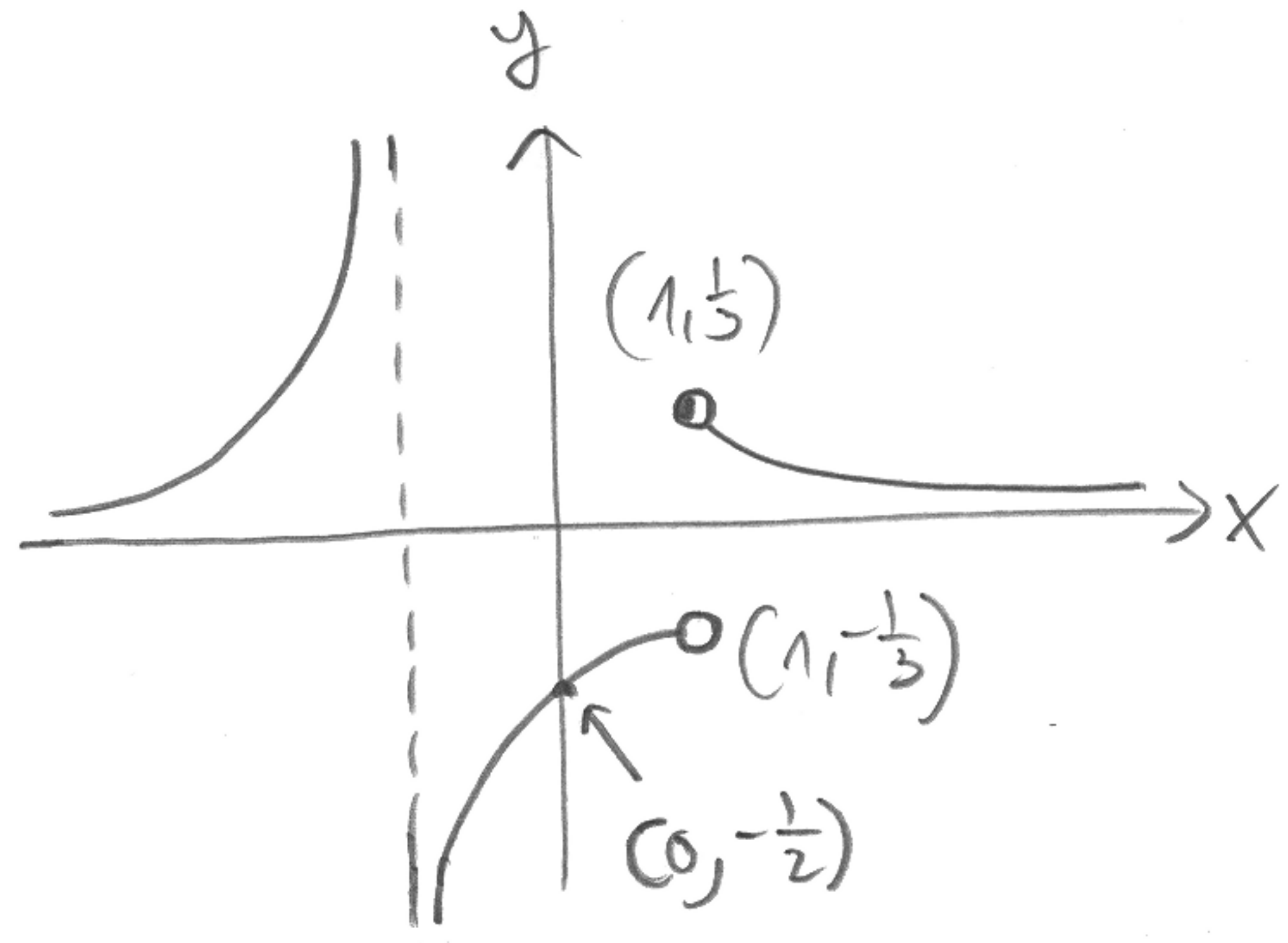
$$0 > 3x(x+2)-1(x+2)$$

$$0 > (x+2)(3x-1)$$

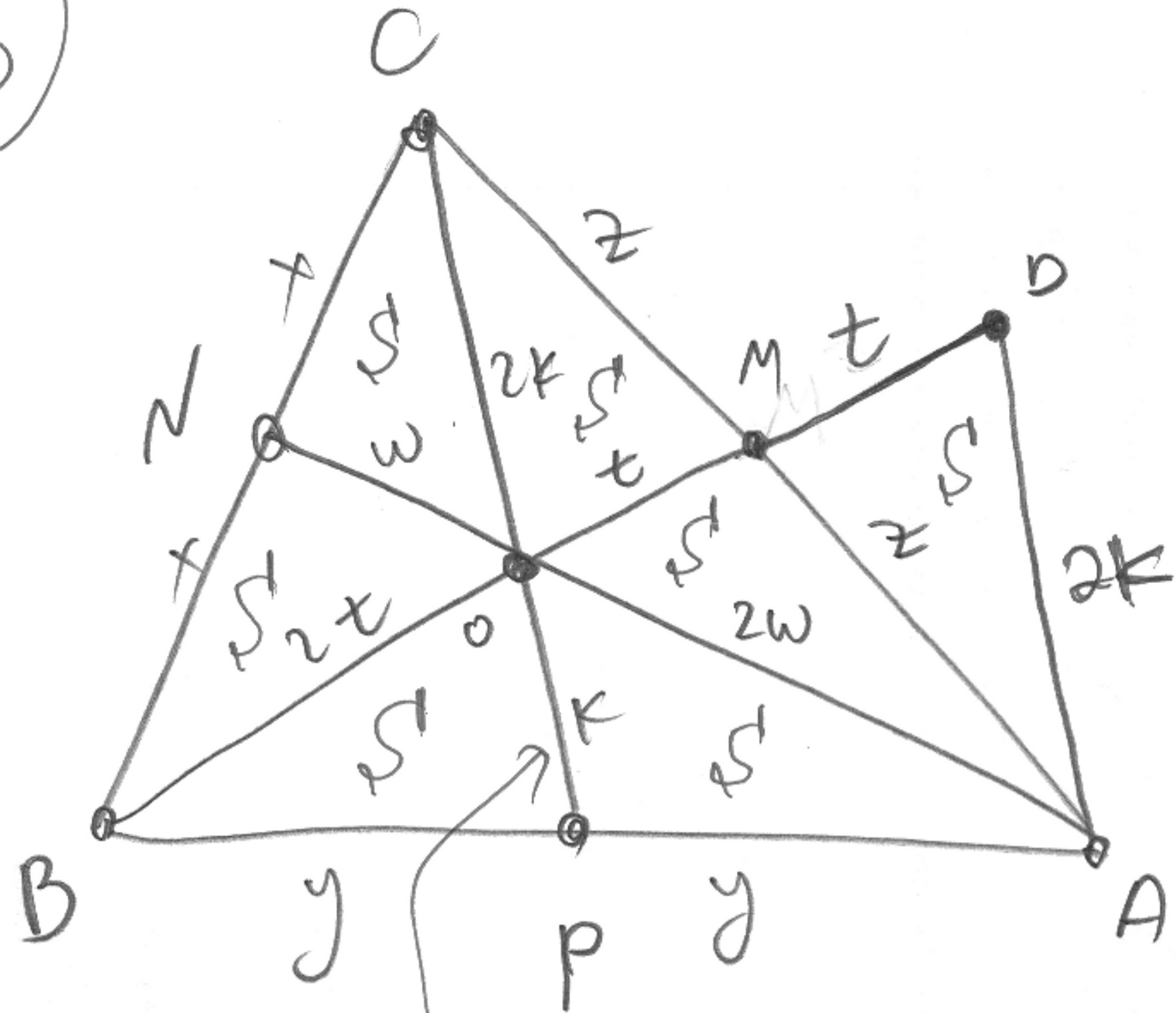
$$\underbrace{\hspace{15em}}_{-2 < x < -\frac{5}{3}, \quad 0 < x < \frac{1}{3}}$$

②
①

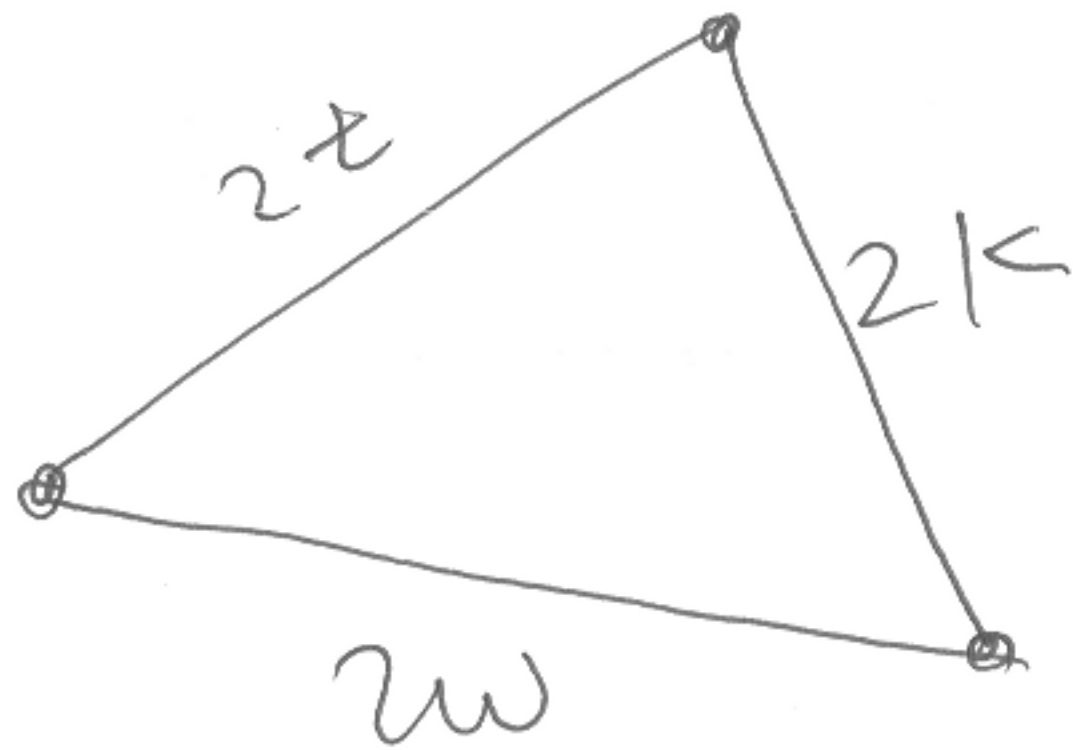
$$y = \frac{|x-1|}{x^2+x-2} \rightarrow \begin{matrix} x > 1 & \frac{(x-1)}{(x+2)(x-1)} = \frac{1}{x+2} & (1, \frac{1}{3}) \\ x < 1 & \frac{-(x-1)}{(x+2)(x-1)} = \frac{-1}{x+2} & (1, -\frac{1}{3}) \end{matrix}$$



3



שטח
- פונקט



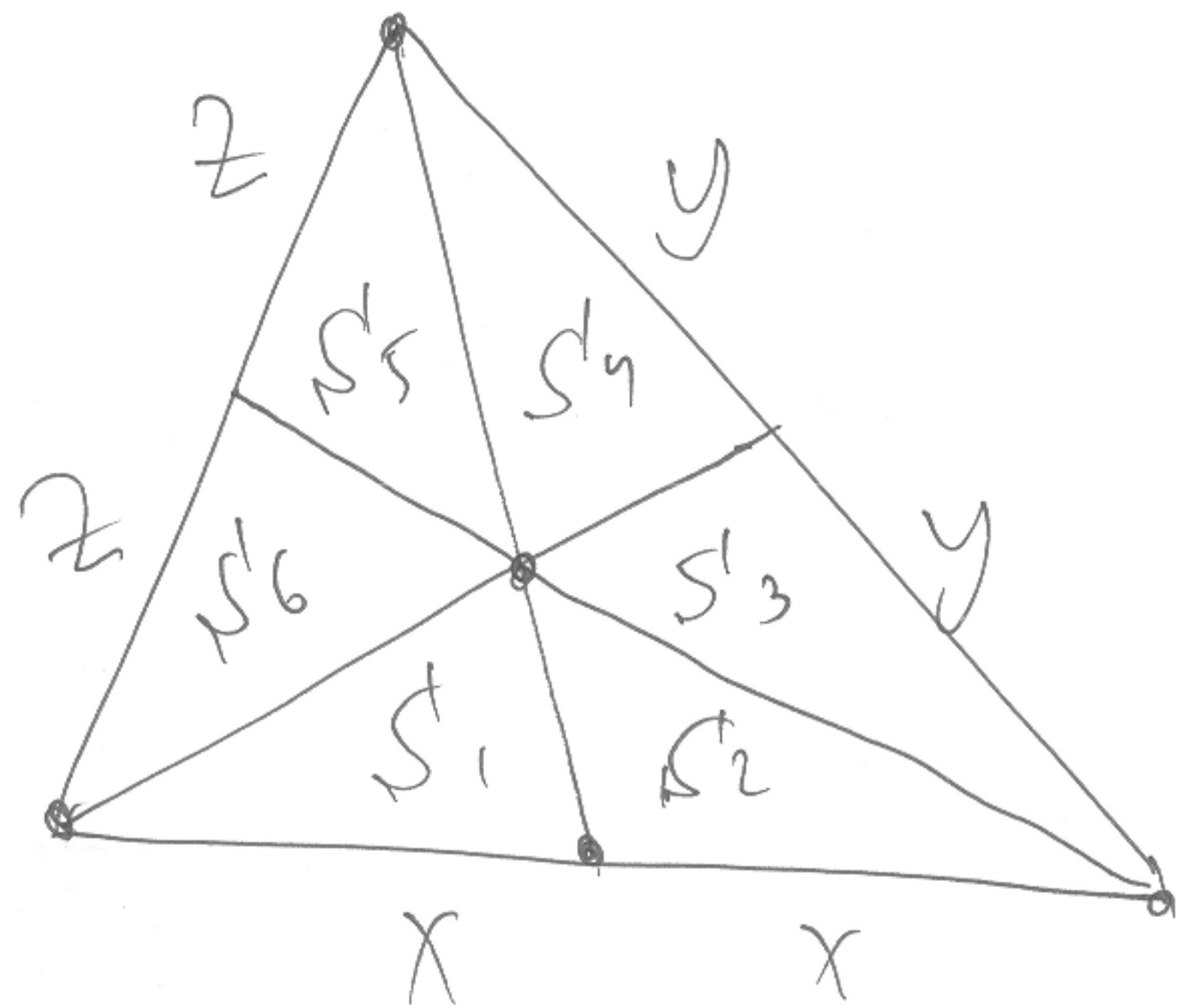
6

התיכונות מתקף אל
המסלם מסתב פתח
אלו הן
3 זוגי שוויון אל ש
כאן

$$OM = MD \Rightarrow S_{AOM} = S_{AMD}$$

↓

$$S_{AOD} = 2S' = \frac{1}{3}S_{ABC}$$



ההוכחה נעשה על ידי
 השוואת שטחים

$$S_1 = S_2, \quad S_3 = S_4, \quad S_5 = S_6$$

$$S_2 + S_1 + \cancel{S_6} = S_3 + S_4 + \cancel{S_5}$$

$$2S_1 = 2S_3$$

$$S_1 = S_3$$

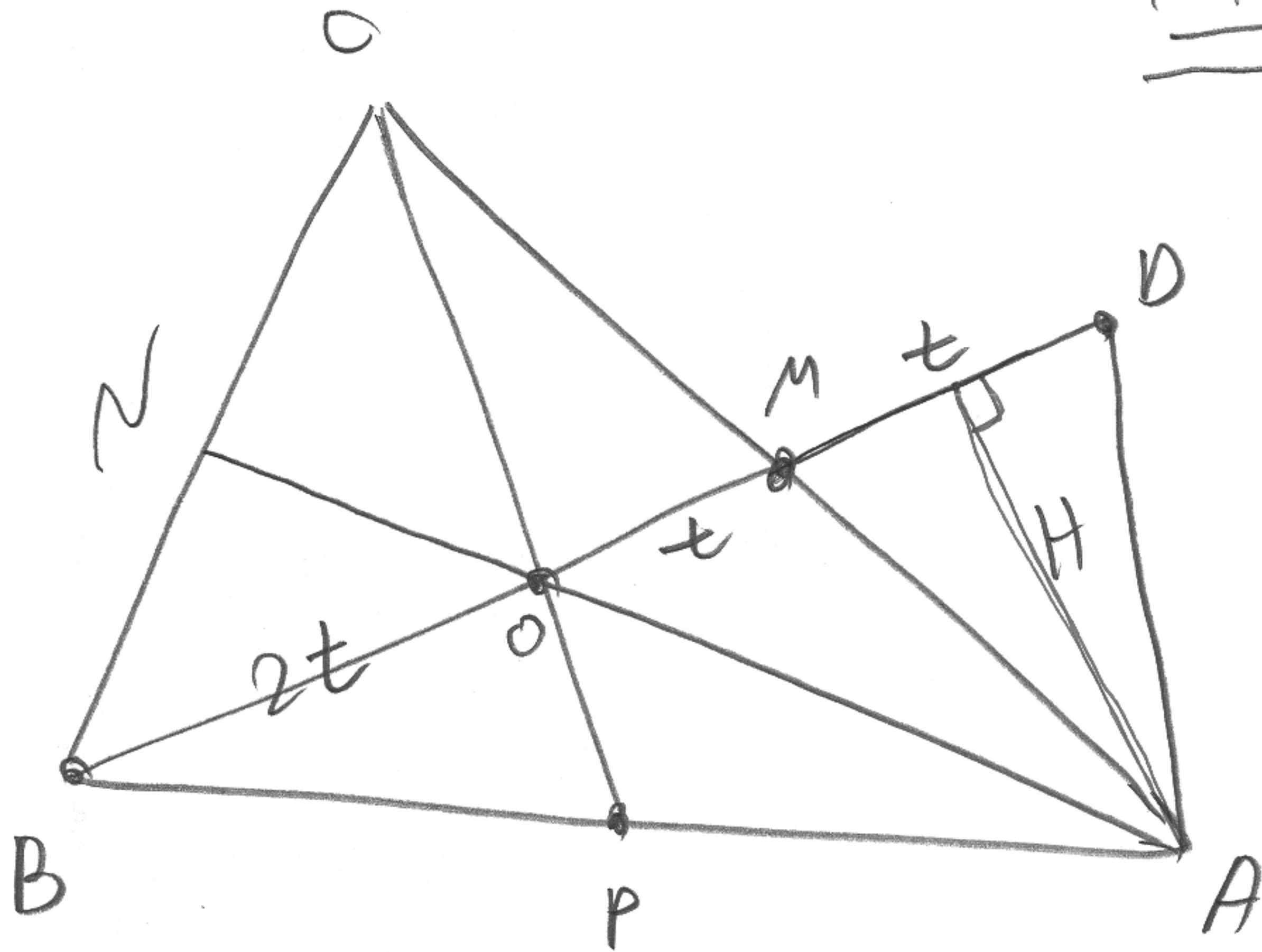
$$S_1 + S_2 + \cancel{S_3} = S_6 + S_5 + \cancel{S_4}$$

$$2S_1 = 2S_6$$

$$S_1 = S_6$$

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$$

مساحة المثلث



$$S_{AOD} = \frac{H \cdot 2t}{2} = \underline{Ht}$$

$$S_{AMB} = S_{CBM} = \frac{H \cdot 3t}{2}$$

∴

$$S_{ABC} = 2 \cdot \frac{H \cdot 3t}{2} = \underline{3Ht}$$

سوال

$$3k = 5$$

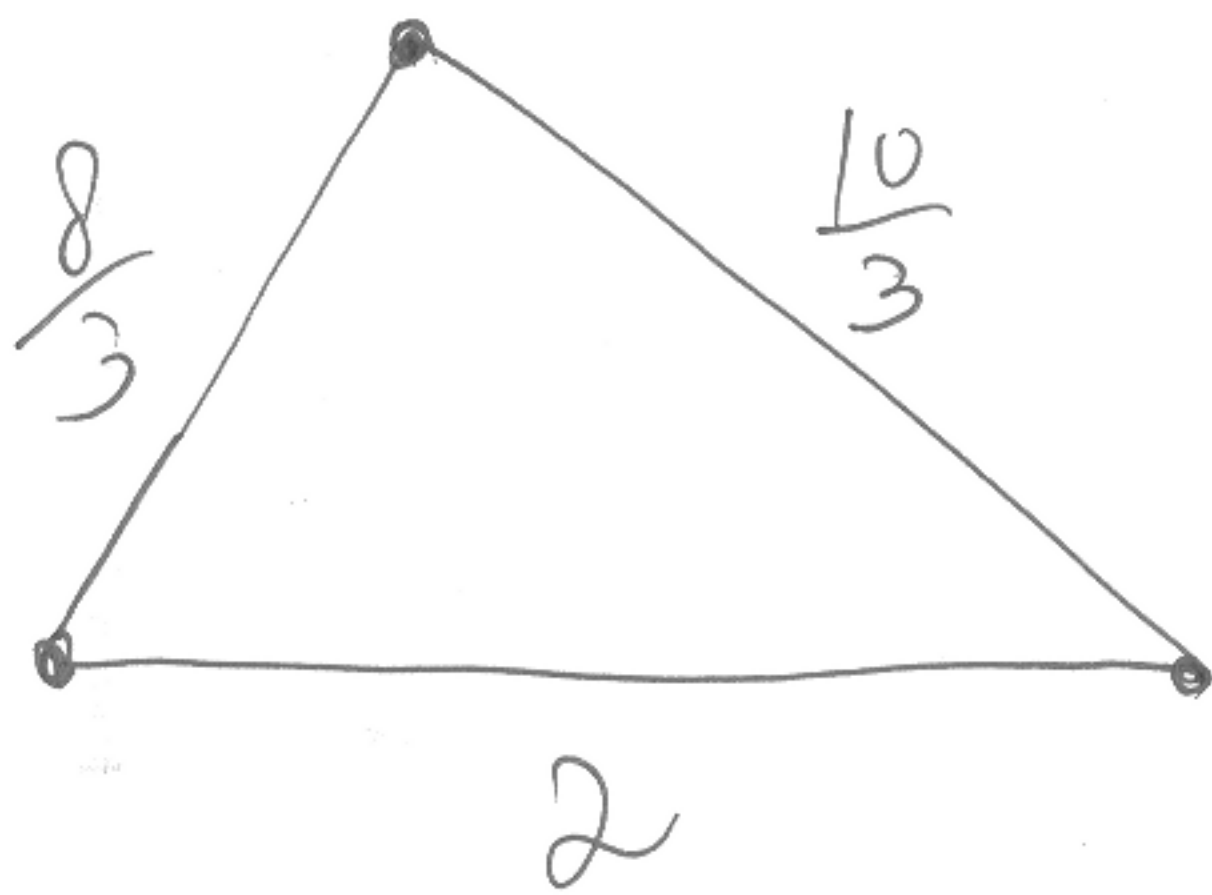
$$k = \frac{5}{3}$$

$$3t = 4$$

$$t = \frac{4}{3}$$

$$3w = 3$$

$$w = 1$$



$$\frac{8}{3} + \frac{10}{3} + 2 = 6 + 2 = 8$$

$$\frac{8}{2} = 4$$

$$\sqrt{4(4-2)\left(4-\frac{8}{3}\right)\left(4-\frac{10}{3}\right)} =$$
$$\sqrt{4 \cdot 2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{9}} = \sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{8}{3}$$

$$2s = \frac{8}{3}$$

10/0

$$6s = 3 \cdot \frac{8}{3} = 8$$

(4)

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3$$

(K)

$$a_1 \quad a_1 q \quad a_1 q^2 \quad \sim (03/11)$$

$$a_1 \quad a_1 q + 2 \quad a_1 q^2 \quad \sim (1/1/2/1)$$

$$a_1 \quad a_1 q + 2 \quad a_1 q^2 + 9 \quad \sim (1/03/11)$$

$$2(a_1 q + 2) = a_1 + a_1 q^2$$

$$(a_1 q + 2)^2 = a_1 (a_1 q^2 + 9)$$

$$\cancel{a_1^2 q^2} + 4a_1 q + 4 = \cancel{a_1^2 q^2} + 9a_1$$

$$4 = a_1(9 - 4q)$$

$$\boxed{\frac{4}{9-4q} = a_1}$$

$$2\left(\frac{4q}{9-4q} + 2\right) = \frac{4}{9-4q}(1+q^2)$$

$$2\left(\frac{4q+18-8q}{9-4q}\right) = \frac{4(1+q^2)}{9-4q}$$

$$2(18-4q) = 4(1+q^2)$$

$$18-4q = 2+2q^2$$

$$2q^2 + 4q - 16 = 0$$

$$q^2 + 2q - 8 = 0$$

$$(q+4)(q-2) = 0$$

$$q = -4$$

$$a_1 = \frac{5}{25}$$

$$\boxed{\frac{5}{25}, \frac{-16}{25}, \frac{65}{25}}$$

$$q = 2$$

$$a_1 = 4$$

$$\boxed{4, 8, 16}$$

② $\cos x + \sin x \leq \sqrt{1 - 2\cos^2 x}$

$\cos x + \sin x < 0$

$\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) < 0$

$\sin(x + \frac{\pi}{4}) < 0$



$\pi < x + \frac{\pi}{4} < 2\pi$

+2πk

+2πk

$\frac{3\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k$

$135 < x < 315$

$360k + 90 \leq x < 315$

$\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) \geq 0$
 $\cos x + \sin x \geq 0$



$0 \leq x + 45 \leq 180$

$0 \leq x \leq 135$
 $315 < x \leq 360$

$(\cos x + \sin x)^2 \leq 1 - 2\cos^2 x$

$1 + \sin 2x \leq -\cos 2x$

$\sin x + \cos 2x \leq -1$

$\sqrt{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \leq -1$

$\sin(2x + \frac{\pi}{4}) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$



$225 \leq 2x + 45 \leq 315$

$180 \leq 2x \leq 270$

$90 \leq x \leq 135$

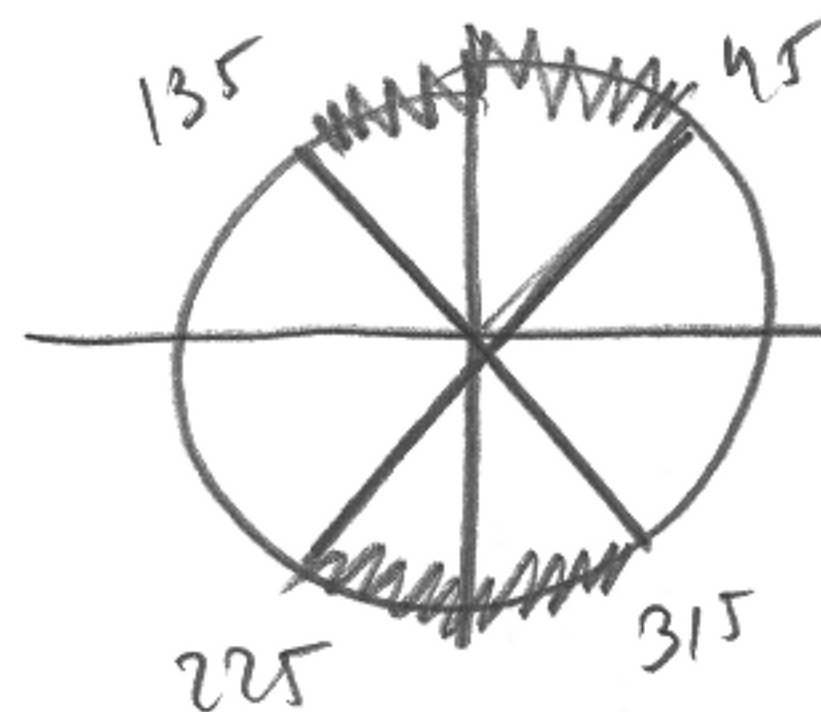
$90 \leq x \leq 135$

$1 - 2\cos^2 x \geq 0$

$1 \geq 2\cos^2 x$

$\frac{1}{2} \geq \cos^2 x$

$-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \cos x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$



$45 \leq x \leq 135$

$225 \leq x \leq 315$

$90 \leq x \leq 135$

$225 \leq x \leq 315$

+360k

+360k

(→ 135 135/135)

השאלה הגורגורית

$$\cos x + \sin x - \sqrt{-\cos 2x} \leq 0 \quad \text{כיוון הפינה}$$

$$\rightarrow \cos x + \sin x - \sqrt{-\cos 2x} = 0$$

$$\cos x + \sin x = \sqrt{-\cos 2x}$$

$$(\cos x + \sin x)^2 = -\cos 2x$$

$$1 + \sin 2x + \cos 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin(2x + 45) = -1$$

$$\sin(2x + 45) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2x + 45 = 225 + 360k$$

$$x = 90 + 180k$$

$$\boxed{x = 90, 270}$$

$$2x + 45 = 315 + 360k$$

$$x = 135 + 180k$$

$$\boxed{x = 135, 315}$$

יש להקטין

$$1 - 2\cos^2 x \geq 0$$

$$-\cos 2x \geq 0$$

$$\cos 2x \leq 0$$



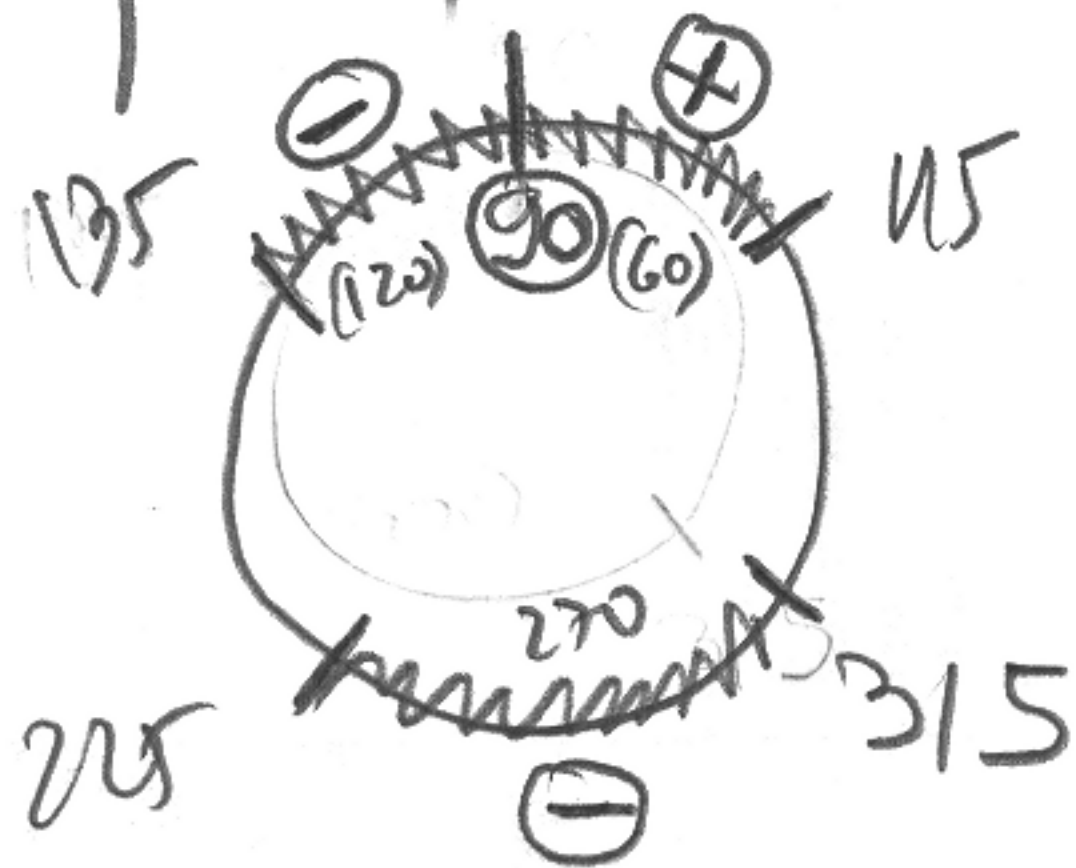
$$90 + 360k \leq 2x \leq 270 + 360k$$

$$45 + 180k \leq x \leq 135 + 180k$$

$$45 \leq x \leq 135$$

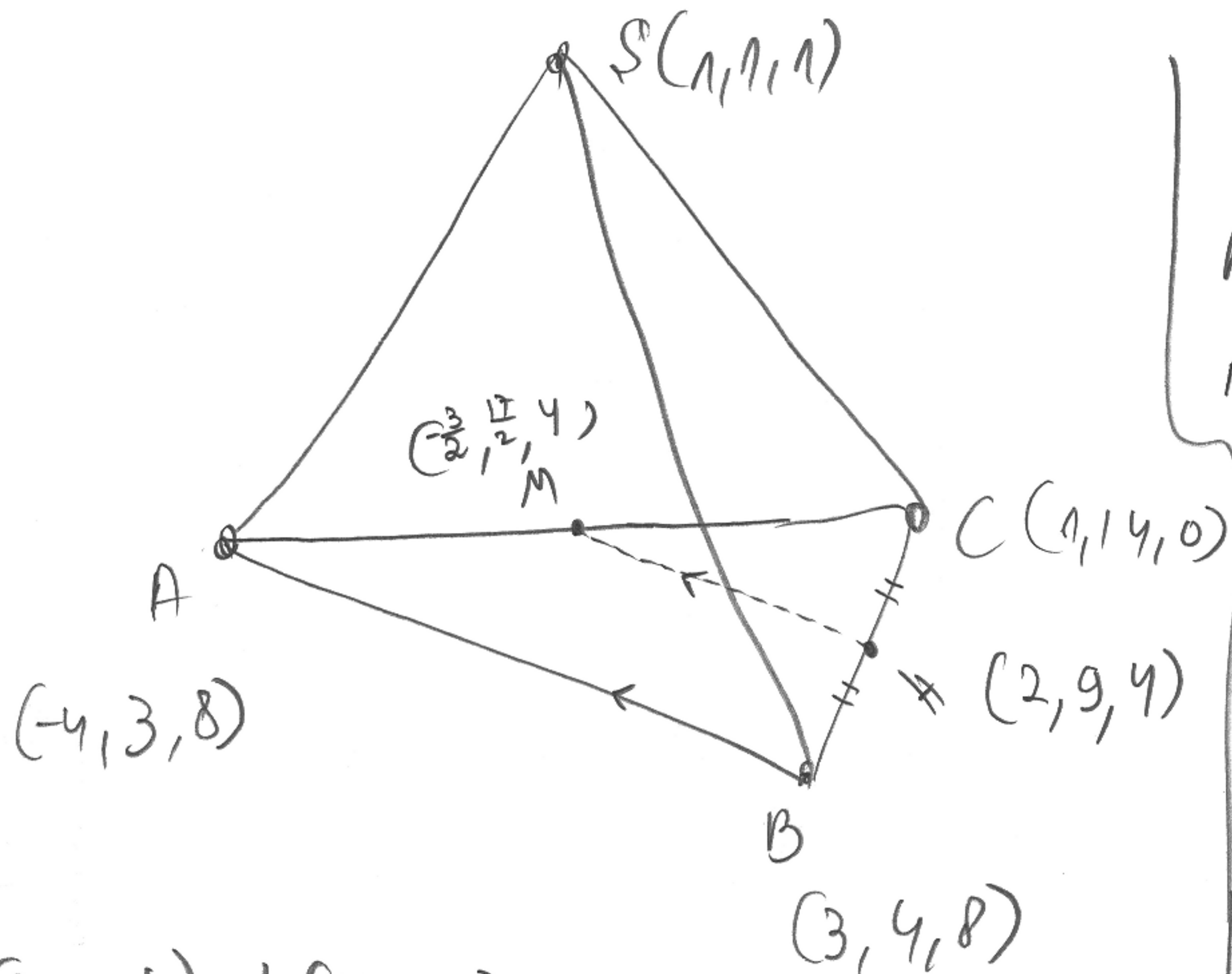
$$225 \leq x \leq 315$$

התחלה ב"בולטת" בקצות "בולטות" של הפונקציה
בנקודות 90 ו-270



$$\Rightarrow \begin{matrix} 90 \leq x \leq 135 \\ 225 \leq x \leq 315 \end{matrix} + 360k$$

(15)



$$\begin{aligned} \vec{AB} &= (7, 1, 0) \\ \vec{AC} &= (5, 11, -8) \\ \vec{AS} &= (5, -2, -7) \end{aligned}$$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = (-8, 56, 72)$$

$$\vec{n} = (-1, 7, 9)$$

$$-x + 7y + 9z + 0 = 0$$

$$0 = -97$$

$$-x + 7y + 9z - 97 = 0 \quad (k)$$

$$(2, 9, 4) + t(7, 1, 0)$$

$$x = 2 + 7t$$

$$y = 9 + t$$

$$z = 4$$

$$\frac{x-2}{7} = y-9, z=4$$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{MS} \cdot \vec{MH}|}{|\vec{MS}| |\vec{MH}|} = \frac{(7, 1, 0) \cdot (5, -15, -6)}{|(7, 1, 0)| |(5, -15, -6)|} = \frac{2}{\sqrt{143}} //$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{(\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot \vec{AS}}{6} = \frac{(-8, 56, 72) \cdot (5, -2, -7)}{6} \\ \frac{656}{6} &= \frac{328}{3} // \end{aligned}$$

$$\textcircled{6} \textcircled{7} \quad 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}(n)(n+1)(2n+1)$$

כקורה ✓

כקורה ✓

8''

$$1^2 + \dots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{1}{6}(n+1)(n+2)(2n+3)$$

$$\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) + (n+1)(n+1) = \frac{1}{6}(n+1)(n+2)(2n+3)$$

$$n(2n+1) + 6n + 6 = (n+2)(2n+3)$$

$$2n^2 + 7n + 6 = 2n^2 + 7n + 6 //$$

כקורה!

1, 13, 37

$S_1 = 1$ ✓

$S_2 = 14$ ✓

$S_3 = 51$ ✓



2

$$a_n = 1 + 6n^2 - 6n$$

$$S^t = (1+1+\dots+1) - 6(1+2+\dots+n) + 6(1^2+2^2+\dots+n^2)$$

$$n - 6 \cdot \frac{n}{2}(1+n) + 6 \cdot \frac{1}{6}(n)(n+1)(2n+1) = n - 3n(n+1) + n(n+1)(2n+1) =$$

$$n(1 - 3n - 3 + 2n^2 + 3n + 1) = \boxed{n(2n^2 - 1)}$$

7

$$y = \frac{x^2 + 6}{2x + 1}$$

$$2x + 1 \neq 0 \quad (1)$$

$$2x \neq -1$$

$$x \neq -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} = +\infty \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} = -\infty$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$(m) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 6}{2x^2 + x} = \frac{x^2 ()}{x^2 ()} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x^2 + 6}{2x^2 + x} = \frac{x^2 ()}{x^2 ()} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 6}{2x^2 + x} - \frac{1}{2}x = \frac{2x^2 + 12 - 2x^2 - x}{2(2x^2 + x)} = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{x^2 + 6}{2x^2 + x} - \frac{1}{2}x = \frac{2x^2 + 12 - 2x^2 - x}{2(2x^2 + x)} = -\frac{1}{4}$$

(2) (0, 6)

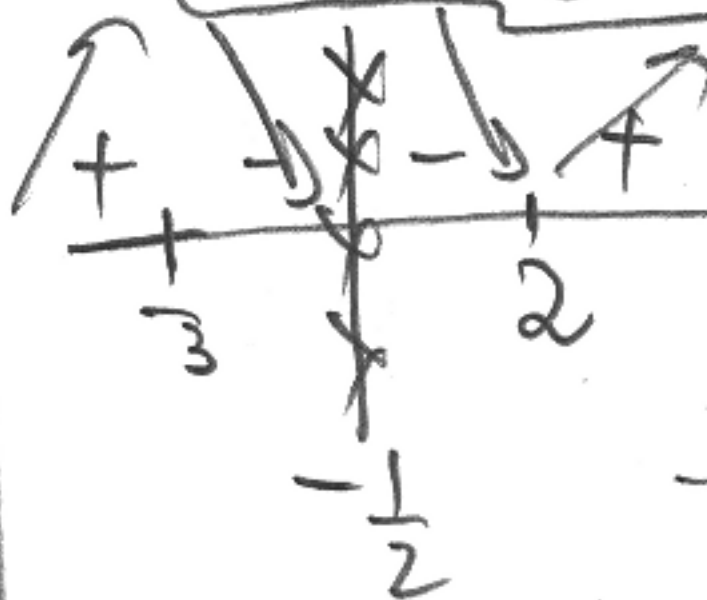
2nd DE
x > 2 or x < -3

$$y' = \frac{2x(2x+1) - 2(x^2+6)}{()^2} = \frac{4x^2 + 2x - 2x^2 - 12}{()^2} \quad (2+3)$$

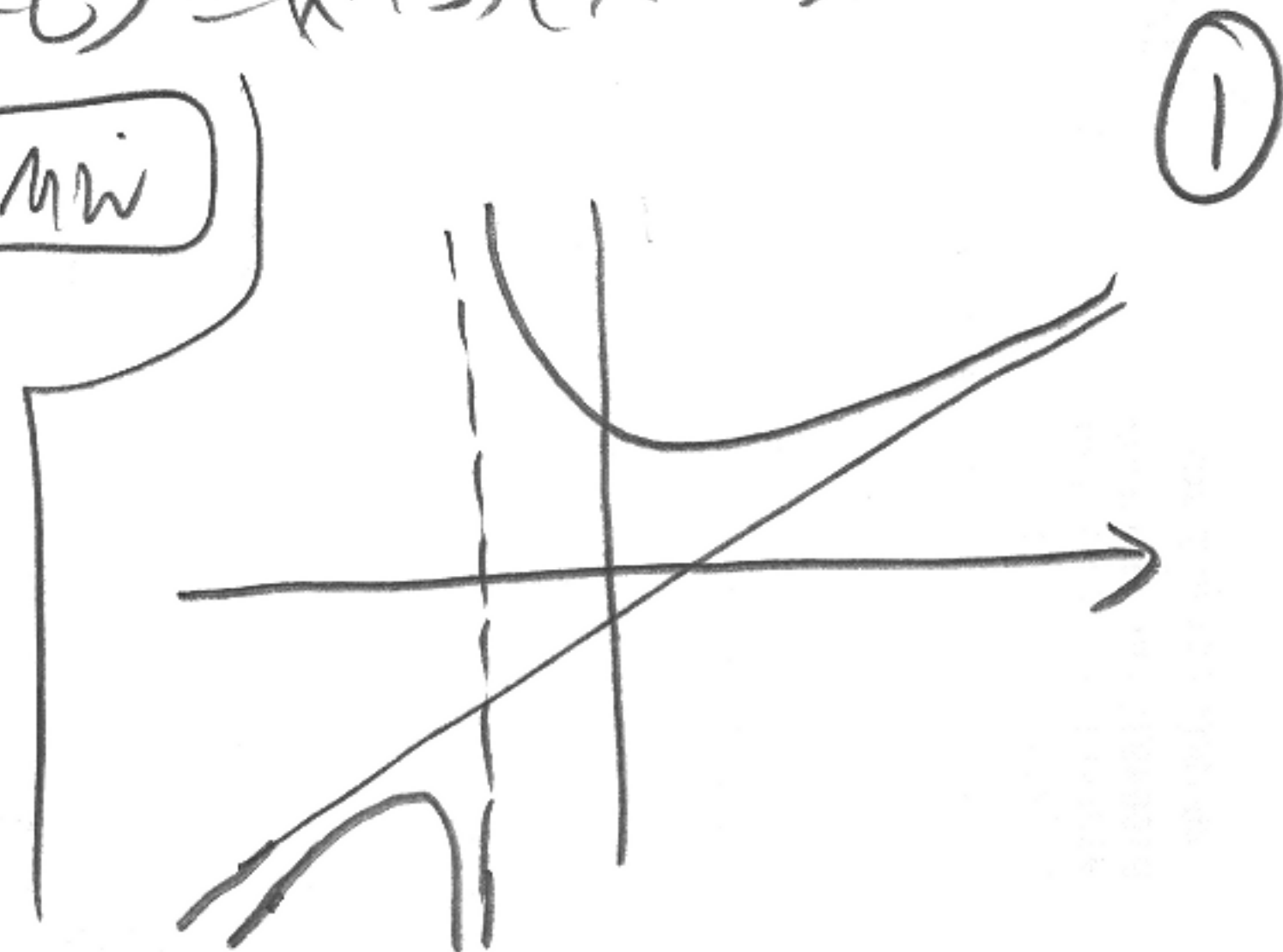
$$2x^2 + 2x - 12 = 2(x^2 + x - 6) = (x+3)(x-2) = 0$$

MAX (-3, -3)

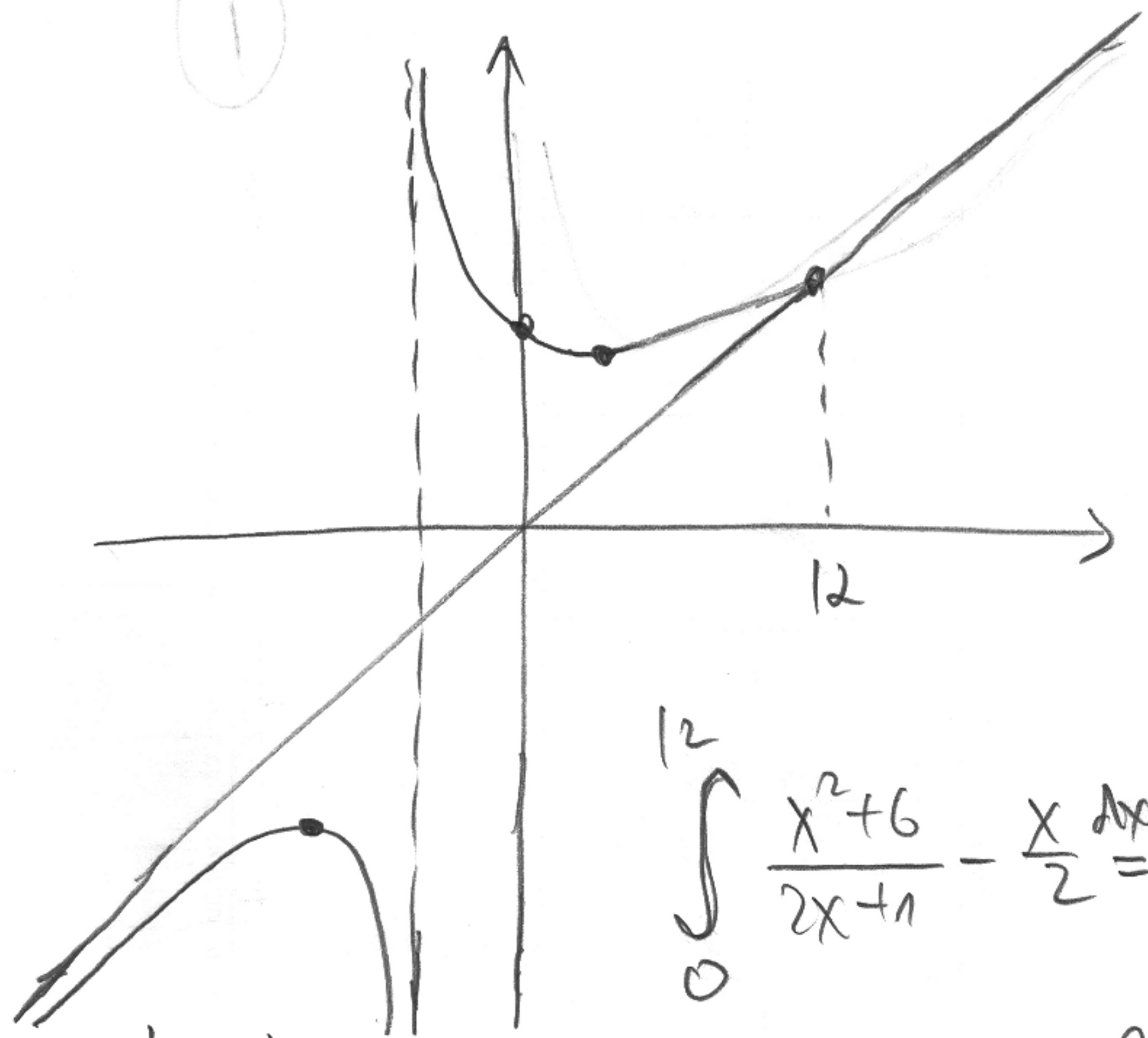
(2, 2) MIN



x > 2 : 2nd DE
x < -3 : 1st DE
-1/2 < x < 2 : 1st DE
-3 < x < -1/2 : 2nd DE



①

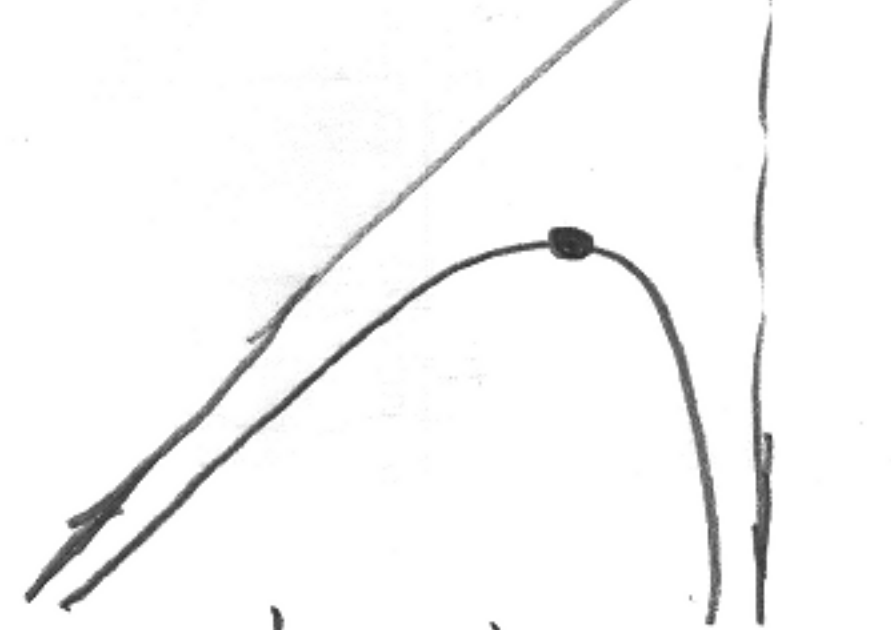


$$\frac{x}{2} = \frac{x^2 + 6}{2x + 1}$$

$$2x^2 + x = 2x^2 + 12$$

$$x = 12$$

②



$$\frac{\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}}{x^2 + 6} \cdot \frac{2x + 1}{x^2 + \frac{1}{2}x}$$

$$\frac{\frac{1}{2}x + 6}{\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}}$$

$$-6.15$$

$$\int_0^{12} \frac{x^2 + 6}{2x + 1} - \frac{x}{2} dx = \int \frac{x}{2} - \frac{1}{4} + \frac{6.25}{2x + 1} - \frac{x}{2} dx$$

$$-\frac{1}{4}x + \frac{6.25 \ln|2x + 1|}{2} \Big|_0^{12}$$

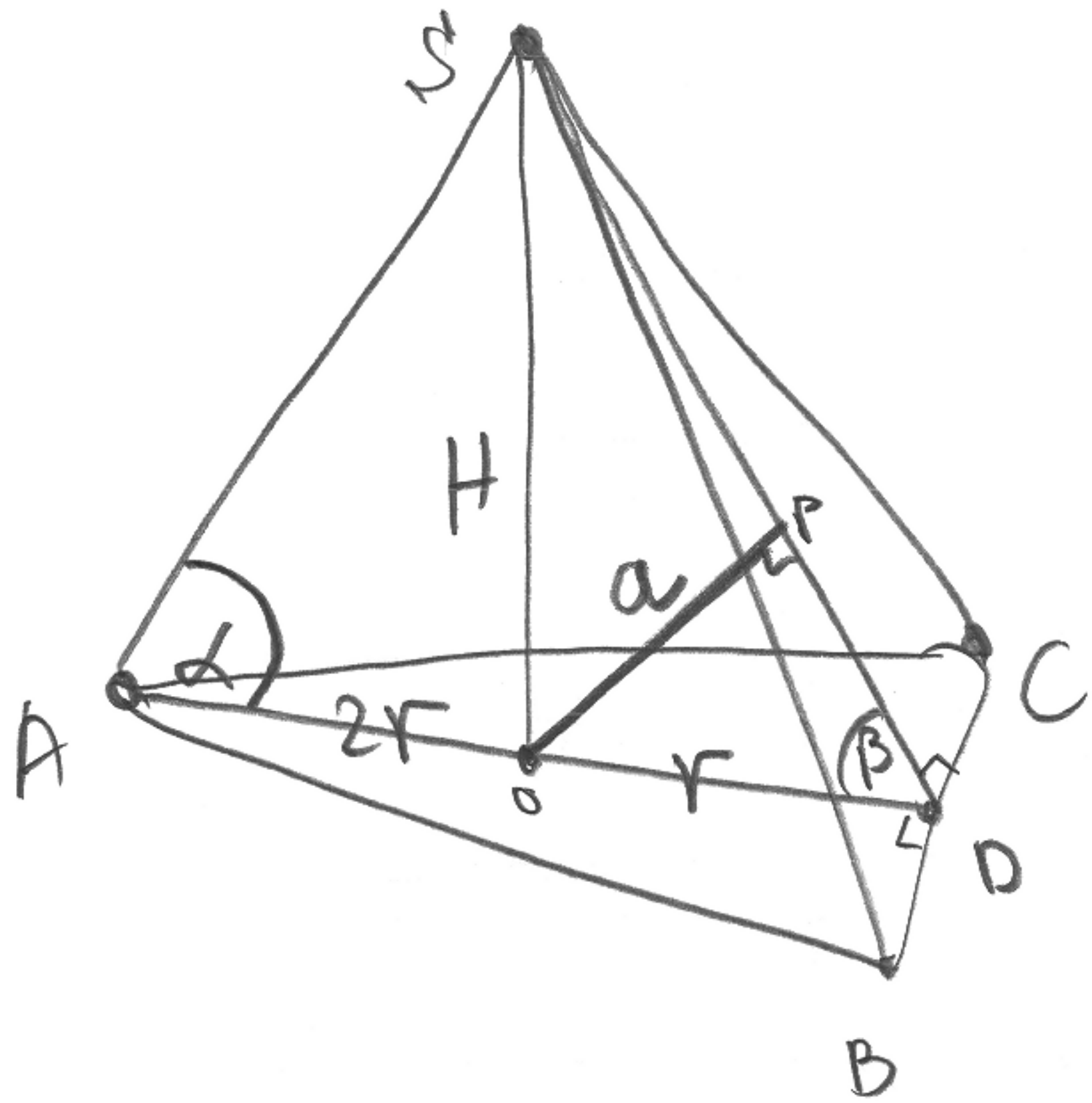
$$-\frac{1}{4} \cdot 12 + \frac{6.25 \ln|25|}{2} - (0 + 0)$$

$$-3 + \frac{6.25 \ln 5^2}{2} = \boxed{-3 + 6.25 \ln 5}$$

③

8

סכומי זוויות
 ושדה
 הזווית
 אוכלים לחסות
 מסת
 תלמי.



מקושרת ס נ/פיו את
 אלוהי SD. את זויה חותף
 שני מישורי האנוד
 מאות עם המישור

$$\Downarrow$$

$$OP = a$$

$$SB = SC = SA$$

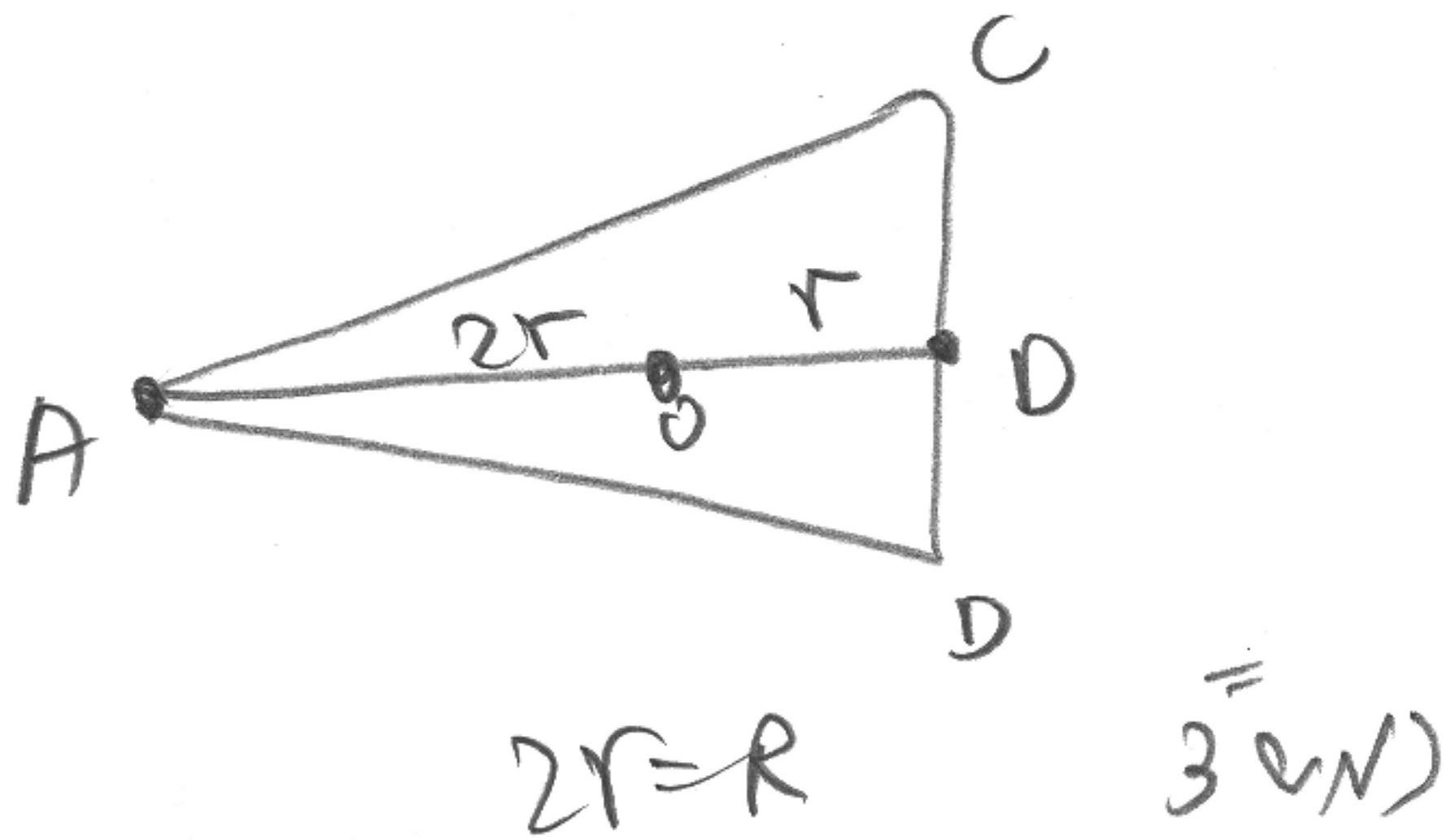
$$AB = AC = CB$$

6

$BC \perp ND$ נסמן
 \Downarrow
 $SD \perp BC$ (התווך במשטח)
 $AD \perp BC$ (גם לארה)

\Downarrow
 $BC \perp$ שני מישורי SBC מאות
 \perp SD \perp AD \perp BC
 $SD \perp$ AD \perp BC
 \Downarrow
 $SD \perp$ AD \perp BC
 $SD \perp$ AD \perp BC

המשטח.



So הנהיב את AO

הכנסו



$$\alpha = \angle OAS$$

$$\beta = \angle ODS$$

(AD, SD) כולל N
 BC זהו חתך של
 כדור. CD

Δ SOA: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{H}{2r} \Rightarrow H = 2r \operatorname{tg} \alpha$

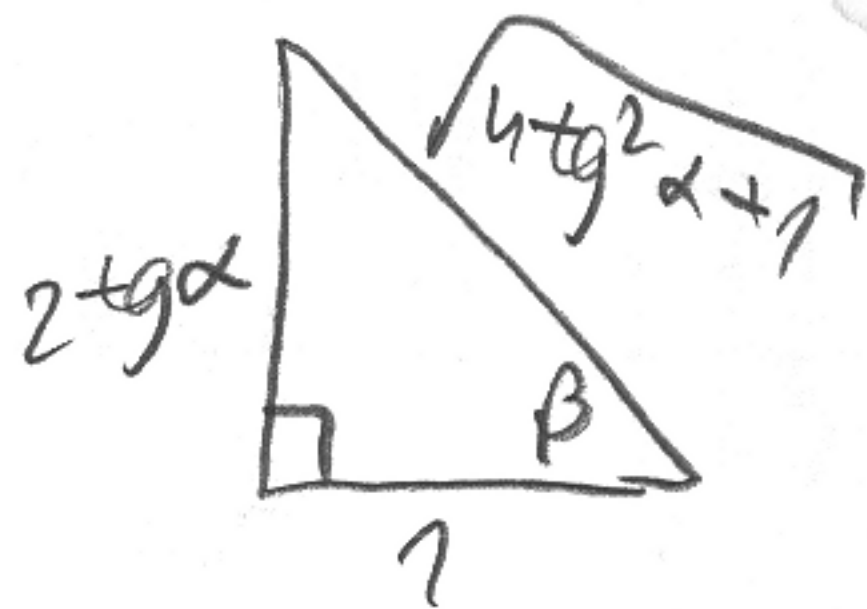
Δ OPD: $\operatorname{tg} \beta = \frac{H}{r} = \frac{2r \operatorname{tg} \alpha}{2}$

$$\operatorname{tg} \beta = 2 \operatorname{tg} \alpha$$

②

$$\sin \beta = \frac{a}{r}$$

$$\operatorname{tg} \beta = 2 \operatorname{tg} \alpha$$



$$\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{4 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}} = \frac{a}{r} \Rightarrow r = \frac{a \sqrt{4 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}}{2 \operatorname{tg} \alpha} \Rightarrow H = \frac{2 a \sqrt{4 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}}{2 \operatorname{tg} \alpha} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$H = a \sqrt{4 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}$$

$$\frac{CD}{\sin 60} = 2R$$

$$\frac{CD \cdot 2}{\sqrt{3}} = 4r$$

$$CD = 2\sqrt{3} \cdot \frac{a \sqrt{4 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}}{2 \operatorname{tg} \alpha}$$

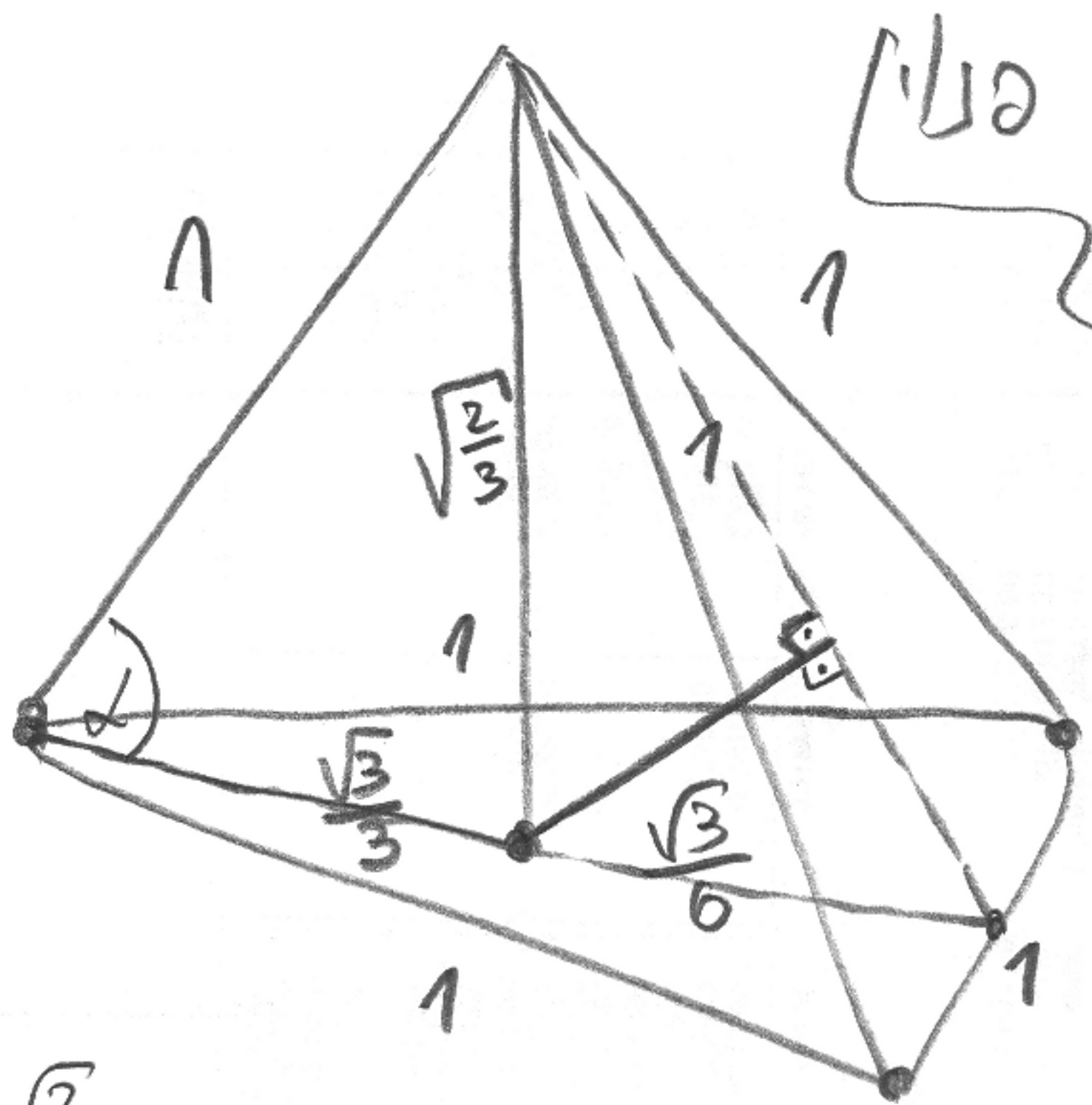
$$CD = \frac{\sqrt{3} a \sqrt{4 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3} r \cdot CD}{2} \cdot H =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{a \sqrt{4 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}}{2 \operatorname{tg} \alpha} \cdot \frac{\sqrt{3} a \sqrt{4 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot a \sqrt{4 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1}$$

$$\frac{\sqrt{3} a^3 (\sqrt{4 \operatorname{tg}^2 \alpha + 1})^3}{4 \operatorname{tg}^2 \alpha}$$



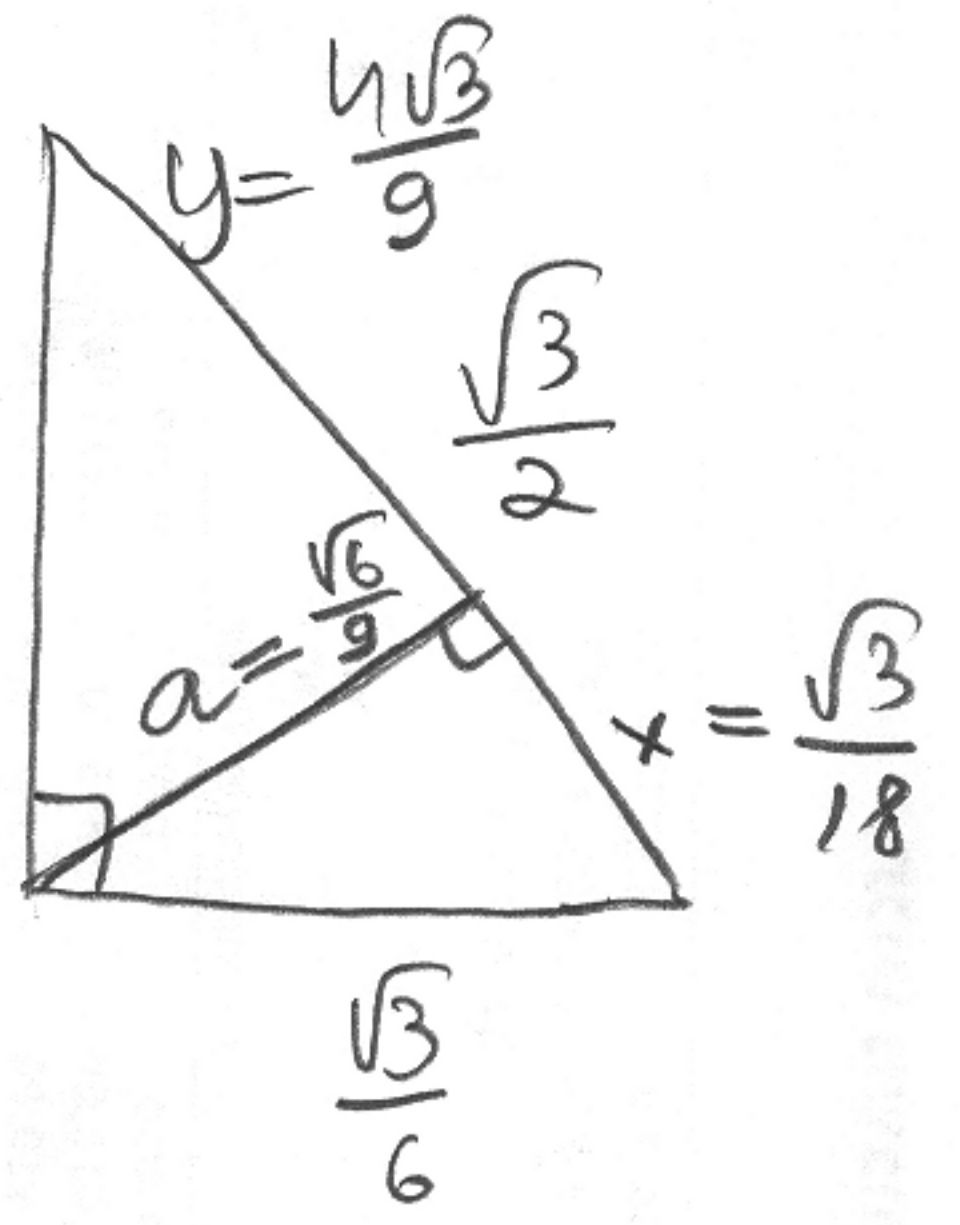


כך קיבלנו את הנוסחה

$$\frac{1}{\sin 60} = 2R$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = 2R$$

כך קיבלנו



$$h = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{2}$$

הנפח

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} =$$

$$\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{12}$$

הנפח כולל את כל הצדדים

$$V = \frac{\sqrt{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{9}\right)^3 \cdot \left(\sqrt{4 \cdot 2 + 1}\right)^3}{4 \cdot 2} =$$

$$\frac{\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{6}}{3 \cdot 81 \cdot 9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot \sqrt{6}}{8 \cdot 9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{\sqrt{18}}{36} = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{36} = \frac{\sqrt{2}}{12}$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 = x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{18}$$

$$a = \frac{\sqrt{6}}{9}$$



9

$$16x^2 + 16y^2 + 48x - 8y - 43 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 3x - \frac{1}{2}y = \frac{43}{16}$$

$$(x + 1.5)^2 + (y - \frac{1}{4})^2 = \frac{43}{16} + \frac{9}{4} + \frac{1}{16} = 5$$

m = 2

$$8x - 4y + 73 = 0$$

$$\frac{|8(-1.5) - 4(\frac{1}{4}) + 73|}{\sqrt{80}} = 3\sqrt{5}$$

$(-1.5, \frac{1}{4}) \quad \sqrt{5}$

$18(-1.5) - 4 + 73 = 60$
 $\frac{60}{\sqrt{80}} = 3\sqrt{5}$

$$y - \frac{1}{4} = -\frac{1}{2}(x + \frac{3}{2})$$

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{4}$$

$$(x + \frac{3}{2})^2 + (-\frac{1}{2}x - \frac{3}{4})^2 = 5$$

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} + \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{16} = 5$$

$$\frac{5}{4}x^2 + \frac{15}{4}x - \frac{35}{16} = 0$$

$$20x^2 + 60x - 35 = 0$$

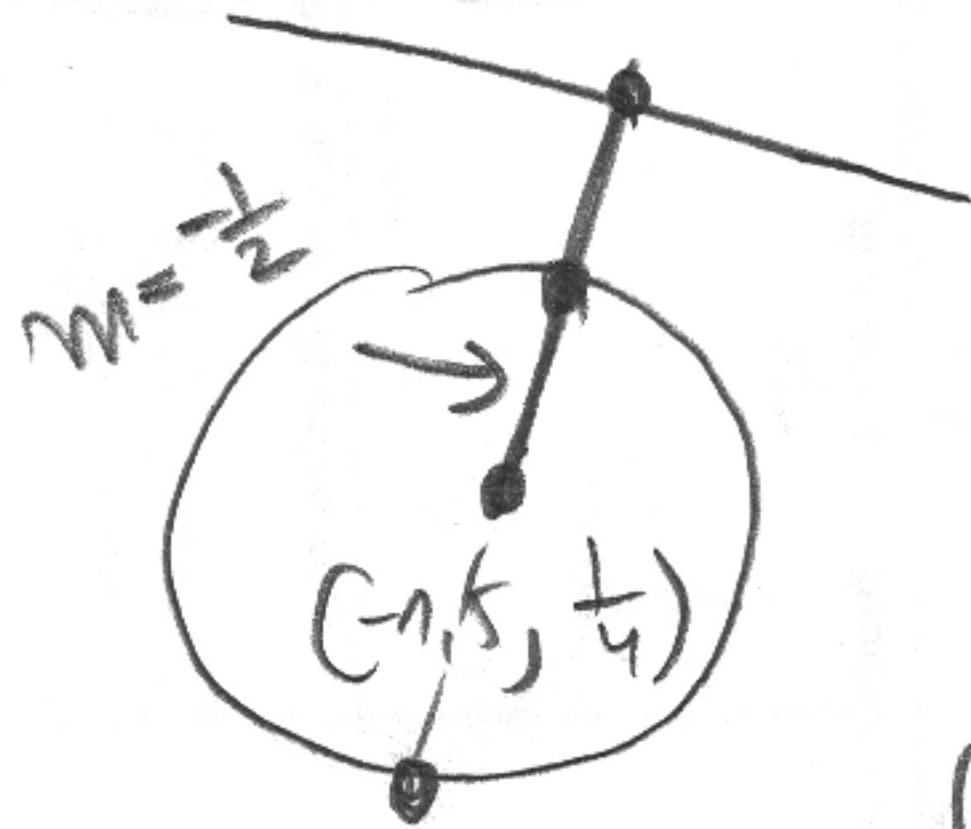
$$4x^2 + 12x - 7 = 0$$

$$4x^2 - 2x + 14x - 7 = 0$$

$$2x(2x-1) + 7(2x-1) = 0$$

$$(2x-1)(2x+7) = 0$$

$(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}) \quad (-\frac{7}{2}, \frac{5}{4})$



שאלה 15' אודות מפתוחה נ"ה מרחק מהישר

$$|8(\frac{1}{2}) - 4(-\frac{3}{4}) + 73|$$

$$\sqrt{80}$$

$$\frac{80}{\sqrt{80}}$$

$$|8 \cdot \frac{-7}{2} - 4 \cdot \frac{5}{4} + 73|$$

$$\sqrt{80}$$

$$\frac{40}{80}$$

הקוטר ישר

$$(-\frac{7}{2}, \frac{5}{4})$$

$$(\frac{1}{2}, -\frac{3}{4})$$

מרחק

② $(z+w)^n$
 $\varphi \in \mathbb{N} \varphi > k$
 $\text{cis } 0$
 $\text{cis } 180$
 $\text{cis } 360$

$(z+w)^{11}$

$(\text{cis } 270 + 4\sqrt{2} \text{cis } 225)^{11}$

$C_{11}^k (\text{cis } 270)^{11-k} \cdot (4\sqrt{2})^k (\text{cis } 225)^k$

$C_{11}^k (4\sqrt{2})^k \text{cis} \left(\overset{90}{270 \cdot 11 + k(225 - 270)} \right)$

$\text{cis}(90 - 45k) \Rightarrow k=2, 6, 10$

$C_n^2 - 44 = C_n^1$

$\frac{n!}{2!(n-2)!} - 44 = n$

$n(n-1) - 88 = 2n$

$n^2 - 3n - 88 = 0$

$n = 11$ ~~$n = 8$~~

$k=0$ \Rightarrow $C_{11}^0 \text{cis } 270 \cdot 11$

$\varphi \in \mathbb{N} \varphi > k \geq 3$

$z = \frac{1}{i} = \frac{-i}{-i^2} = -i$

 $\text{cis } 270$

$w = (1+i)^5 = (\sqrt{2} \text{cis } 45)^5 =$

 $4\sqrt{2} \text{cis } 225$

$$z = \frac{1}{z} = -i$$

(1) > 2 < 1/c 2 < 1/c

$$w = (1+i)^5 = ((1+i)^2)^2 (1+i) \\ = -4 - 4i$$

$$(-i - 4 - 4i)^{11}$$

$$(-4 - 5i)^{11}$$

$$- (4 + 5i)^{11}$$

$$- C_{11}^k \cdot 4^{11-k} \cdot (5i)^k$$

$$- C_{11}^k \cdot 4^{11-k} \cdot 5^k \cdot i^k \quad k \in \{0, 1, 2, \dots, 11\}$$

i^0
 i^1
 i^2
 i^3
 i^4
 i^5
 i^6
 i^7
 i^8
 i^9
 i^{10}
 i^{11}



השאר' בהשגות נאדם מקומות

הפירסום.

המשלוח הסוכיות כמובן אולם קדר על

$(z+w)^m$ אולם, כמובן האופרן הממשיות

שונה עקב השאני קרויסיץ הפירסום.

0